

Algebra Boole'a

Operatory

Nazwa	Symbol	Inne symbole
Koniunkcja	\wedge	<i>and, *</i>
Alternatywa	\vee	<i>or, +</i>
Równowartość	\equiv	<i>=, ==</i>
Implikacja	\rightarrow	<i>if else</i>
Negacja	\sim	<i>!, not</i>

Wartości logiczne

Wartość	Symbol
Prawda	1
Fałsz	0

Tautologia

Zdanie zawsze prawdziwe (we wszystkich możliwych podstawieniach wartości zdań składowych, zdanie główne zawsze przyjmuje wartość 1).

Dowód-nie-wprost

Dowodzenie tautologii drogą eliminacji fałszu (próba *falsyfikacji* zamiast *weryfikacji*). Roboczo próbujemy więc udowodnić fałsz zdania.

Koniunkcja

$$p \wedge q$$

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Charakterystyka

- Przemienność: $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$;
- Łączność: $(p \wedge q) \wedge z \equiv p \wedge (q \wedge z)$

Przykłady

Koniunkcja zdań “ $2+2=4$ ” i “*Katowice leżą w Chinach*” jest fałszywa.

Koniunkcja zdań “ $2+2=4$ ” i “*Katowice leżą w Polsce*” jest prawdziwa.

Alternatywa

$$p \vee q$$

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Charakterystyka

- Przemienność: $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$;
- Łączność: $(p \vee q) \vee z \equiv p \vee (q \vee z)$

Przykłady

Alternatywa zdań "10 > 12" lub "10 < 11" jest prawdziwa.

Alternatywa zdań "2+2=4" lub "Katowice leżą w Chinach" jest prawdziwa.

Alternatywa zdań "2+2=4" lub "Katowice leżą w Polsce" jest prawdziwa.

Równoważność

$$p \equiv q$$

p	q	$p \equiv q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Charakterystyka

- Przemienność: $(p \equiv q) \equiv (q \equiv p)$;
- Łączność: $\{(p \equiv q) \equiv z\} \equiv \{p \equiv (q \equiv z)\}$

Przykłady

Zdanie " $a = b$ " jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy gdy " $a = b$ ".

Zdanie "*Katowice leżą w Chinach*" jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy gdy jest prawdziwe zdanie

"Katowice leżą w Chinach".

Implikacja

$$p \rightarrow q$$

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Prawo Dunsza Szkota

Z fałszu wynika wszystko (*Ex falso omnia sequitur*).

Przykłady

Zdanie "Jeśli n jest podzielne przez 4, to jest podzielne przez 2" jest prawdziwe.

Zdanie "Z tego, że Rzym jest stolicą Włoch wynika, że Warszawa jest stolicą Chin" jest fałszywe.

Zdanie "Z tego, że Księżyc jest z sera wynika, że Warszawa jest stolicą Chin" jest prawdziwe.

Zdanie "Jeżeli Kopernik był kobietą to Sokrates wypił cykutę" jest prawdziwe.

Zdanie "Jeżeli Kopernik nie był kobietą to Sokrates wypił cykutę" jest prawdziwe.

Negacja

$$\sim p$$

p	$\sim p$
0	1
1	0

Przykłady

Zdanie "Jeśli nieprawdą jest, że nieprawdą jest, iż Katowice leżą w Chinach to Katowice leżą w Chinach" jest prawdziwe.